

SLO Aansluiting wiskunde VO-WO

16 april 2018

Vwo wisC: Vorm en ruimte

Henk Reuling

(ex) Pilot-docent

vwo wisC & vwo wisB



www.wageningse-methode.nl



www.liemerscollege.nl

Even voorstellen

Henk Reuling:



- Wiskunde gestudeerd in Nijmegen 1985 - 1991
- Wiskundedocent op het Liemers College te Zevenaar (sinds 1991)
- Pilotdocent vwo wisB & vwo wisC: vanaf 2009 al met het nieuwe programma bezig!
- Actief voor de Wageningse Methode
 - Programmeur van applets / software
 - Auteur de Wageningse Methode (met name havoB en vwoC)
 - Bestuurslid de Wageningse Methode
- Geruime tijd gezeten in constructieteam examens vwoB bij Cito



Hallo WO, hier vwo....

Ervaren vwo-docenten vertellen welke wijzigingen zij in hun lessen doorvoeren op basis van de nieuwe examenprogramma's wiskunde A en wiskunde C

Bij wisC wordt dit jaar voor het eerst landelijk het nieuwe domein "Vorm en Ruimte" getoetst in het centraal examen. De inhoud van dit domein zal kort geschetst worden: gelijkvormigheid, perspectief, Pythagoras, aanzichten, inhoud en oppervlakte, regelmatige veelhoeken, etc. Allemaal onderwerpen die voorheen toch echt bij wisB hoorden! In de workshop worden aan de hand van concrete voorbeelden, waarbij u zelf ook aan de slag gaat, allerlei aspecten bekeken: hoe ga je hiermee om in de lessen en wat is het karakter en niveau van de onderwerpen? Wat zijn de ervaringen in de lessen in de pilotjaren? Wat vinden leerlingen van dit domein en hoe (moeilijk) vinden ze het? Hoe wordt het op het (school)examen getoetst? Tenslotte hoop ik dat een interessante discussie ontstaat over de beantwoording van deze vraag: wat hebben leerlingen eraan (voor hun vervolgopleiding)?



Dagelijkse gang van zaken op mijn school:

- ERG kleine groepjes, vrijwel alleen meisjes:
 - Vwo 4 (2 uren van 50 min.): 5 IIn dit jaar
 - Vwo 5 (3 uren van 50 min.): 1 II dit jaar
 - Vwo 6 (3 uren van 50 min.): 3 IIn dit jaar
- Vaak combinatiegroepen van meerdere leerjaren
- Andere opslagfactor
- In vwo4 NIET bij wisA: individuele aandacht, vertrouwen geven, niet altijd '*slechtste van de groep*'
- Zal wisC groeien als blijkt dat wisA inderdaad moeilijker is geworden tijdens CE?



Wiskundige denkactiviteiten:

Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs cTWO in haar visiedocument “Rijk aan betekenis”:

- Probleemoplossen en analytisch denken
- Modelleren en algebraïseren
- Ordenen en structureren
- Formules manipuleren
- Abstraheren
- Logisch redeneren en bewijzen

Daarnaast maakt men in syllabus het onderscheid tussen:

- Reproductie
- Productie



Hoofddoel:

Leerlingen aan het denken te zetten met wiskunde !

Kort door de bocht (ik zelf): Productief = Denkactief

Mooier verwoord (Paul Drijvers):

We spreken van wiskundige denkactiviteiten als leerlingen nadenken over niet-routine problemen, deze begrijpen, een oplossingsstrategie bedenken, passend wiskundig gereedschap kiezen, dit gebruiken om een oplossing te vinden, en reflecteren op de oplossing en het probleem.

Het doel is het vergroten van het creatief en flexibel inzetten van vaardigheden zoals probleemoplossen, modelleren en abstraheren.



Syllabus 2018: (www.examenblad.nl)

Domein G Vorm en ruimte

De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en op basis daarvan conclusies trekken over dit object.

Opmerking:

Bij het hanteren van de begrippen en methoden uit dit domein worden de probleemsituaties bij voorkeur gekozen in beeldende, architectonische en kunsthistorische context.

Parate kennis

De kandidaat kent

- de stelling van Pythagoras;
- de gulden snede als verhouding;
- de formules voor het berekenen van de oppervlakte van een rechthoek, een driehoek en een cirkel;
- de volgende inhoudsformules: $I = G \cdot h$ (voor balk, prisma en cilinder) en $I = \frac{1}{3} G \cdot h$ (voor piramide en kegel);
- de begrippen horizon, oogpunt en verdwijnpunt;
- het begrip regelmatige veelhoek.



Syllabus 2018: (www.examenblad.nl)

Parate vaardigheden

De kandidaat kan

1. aanzichten maken van een balk, een piramide en een prisma;
2. een éénpuntperspectieftekening en een tweepuntperspectieftekening maken van een balk;
3. het midden van elke zijde van een rechthoek in een perspectieftekening bepalen;
4. de oppervlakte van een rechthoek, een driehoek en een cirkel berekenen;
5. als de oppervlakte van het grondvlak gegeven is, de inhoud van een balk, een piramide, een prisma en een cilinder berekenen;
6. bij een gegeven vergrotingsfactor van de lengte de oppervlakte van gelijkvormige figuren en de inhoud van gelijkvormige objecten berekenen, op basis van de oppervlakte van de oorspronkelijke figuur cq. de inhoud van het oorspronkelijke object.



Syllabus 2018: (www.examenblad.nl)

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan

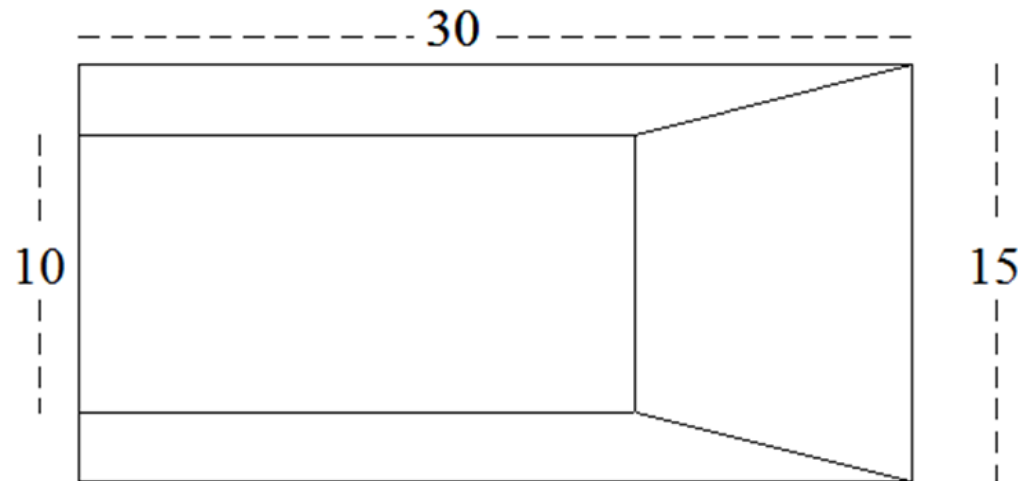
7. bij het beschrijven van vlakke meetkundige figuren gebruik maken van gelijkvormigheid en symmetrie;
8. vanuit een perspectieftekening en/of gegeven aanzichten een ruimtelijk object beschrijven;
9. bij een afbeelding nagaan of de regels van perspectieftekenen goed gehanteerd zijn;
10. gebruik maken van de oppervlakte van de figuren die genoemd zijn in G.4, en van de inhoud van de ruimtelijke objecten die genoemd zijn in G.5, om daarmee de oppervlakte en de inhoud van ruimtelijke objecten te berekenen en/of te schatten;
11. berekeningen uitvoeren m.b.t. de inhoud en de oppervlakte van gelijkvormige figuren.



Aanzichten, gelijkvormigheid, Pythagoras

► Opgave 1: Schoenendoos (extra opgave / toetsopgave vwo 5 of 6)

Een schoenendoos wordt van boven bekeken. De doos is 30 cm lang, 15 cm breed en 12 cm hoog. De kleine rechthoek binnenin is de bodem van de doos.



**Maakt u hem
nu zelf
even...**

**(zie
werkblad)**

(3 minuten?)

- Teken in de figuur het punt waarboven zich het oog bevindt.
- Bereken hoeveel centimeter boven de bodem van de doos zich het oog bevindt.
(Tip: maak een schets van deze situatie recht van voren.)

Aanzichten, gelijkvormigheid, Pythagoras

UITWERKING: Schoenendoos

- Zie figuur hiernaast.
- Maak een schets van het vooraanzicht zoals hieronder.

De bodemrechthoek is gelijkvormig met de rechthoek van de bovenzijde, dus

$$\frac{30}{15} = \frac{x}{10} \rightarrow x = 20$$

Je kunt nu op meerdere manieren gelijkvormigheid gebruiken.

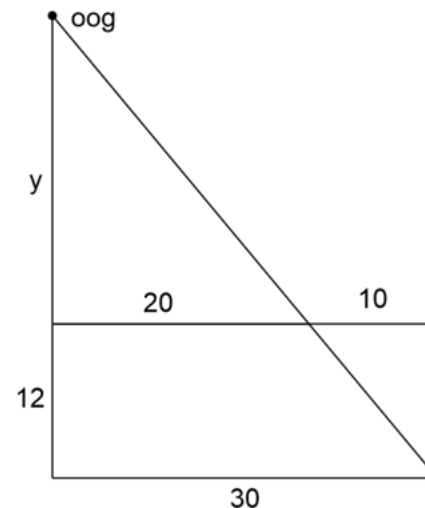
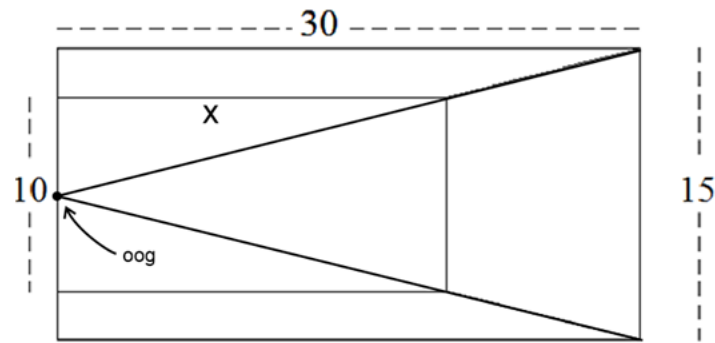
$$\frac{y}{20} = \frac{y+12}{30} \rightarrow 30y = 20y + 240 \rightarrow 10y = 240$$

$$\rightarrow y = 24$$

$$\text{of: } \frac{y}{20} = \frac{12}{10} \rightarrow 10y = 240 \rightarrow y = 24$$

(of ...)

Dus het oog bevindt zich $24 + 12 = 36$ cm boven de bodem van de doos.



Een opgave die in havo4/5 bij wisB niet zou misstaan?!

Aanzichten, gelijkvormigheid, Pythagoras

Vanuit één van de tentoonstellingsruimtes is foto 3 genomen. Daarop is in de verte de kathedraal van Metz te zien. Deze staat evenwijdig aan de gevel van de tentoonstellingsruimte. De lengte van de kathedraal is met een pijl aangegeven. Deze kathedraal is 136 meter lang.

**Centre Pompidou
Metz (CE2 2014
vwo wisC Pilot)**

foto 3



**Een opgave die ik
mijn leerlingen in
havo4/5 bij wisB
niet zou durven
voorschotelen?!**

Bij het maken van deze foto stond de fotograaf op 10 meter van het raam, precies recht voor het midden van de getekende pijl.

De afstand tussen twee opeenvolgende verticale spijlen van het raam is precies 2 meter.

Door te werken met verhoudingen is het nu mogelijk te berekenen dat de afstand tussen de kathedraal en de fotograaf ongeveer 1 km is.

Geef een dergelijke berekening. Licht je werkwijze toe.

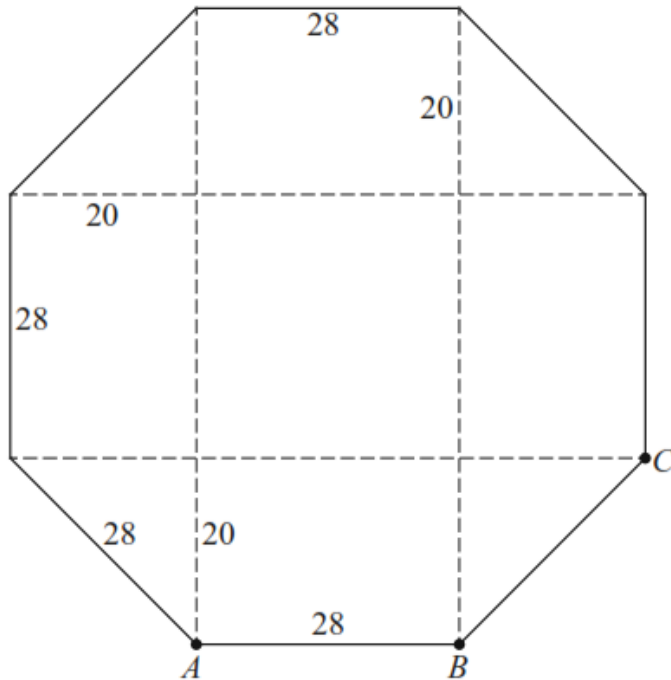
4p 16



Aanzichten, gelijkvormigheid, Pythagoras

In figuur 2 wordt, behalve een aantal keren 28, ook nog de afmeting 20 (meter) genoemd. Deze waarde is afgerond. In de volgende vraag moet je deze afmeting nauwkeuriger berekenen.

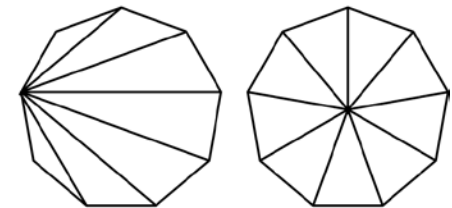
figuur 2



Zie ook 'Plantenbak',
CE1 2016 vwo wisC
(ook een regelmatige
achthoek)

Ook hoeken van
regelmatige veelhoeken
berekenen?

- Schelpmethode
- taartmethode



5p 13 Bereken deze afmeting in 1 decimaal nauwkeurig.

3p 14 Bereken de vloeroppervlakte van zo'n verdieping.

CE1 vwo 6 wisC Pilot 2014:

Hogeschool voor de Kunsten

Bij de Hogeschool voor de Kunsten in Utrecht stond een kunstwerk in de vorm van een kubus waarvan één hoekpunt is afgezaagd. Er zijn enkele foto's gemaakt met de camera op verschillende hoogtes.

foto 1



foto 2



**Maakt u hem
nu zelf
even...**

**(zie
werkblad)**

(3 minuten?)

Op foto 1 lijkt het kunstwerk hoger dan de witte deur erachter. Op foto 2 lijkt het kunstwerk ongeveer even hoog als de deur. Foto 2 is op ongeveer 150 cm hoogte genomen. De hoogte van de deur is in werkelijkheid 230 cm.

3p 7

Leg uit dat het kunstwerk in werkelijkheid lager is dan de witte deur.



CE1 vwo 6 wisC Pilot 2014 – correctievoorschrift

Ook bij wisC moet je écht nadenken!

7 maximumscore 3

- Op foto 2 is de bovenkant van de deur nog net zichtbaar achter het hoogste punt van de kubus 1
- De positie van de camera is lager dan het hoogste punt van de deur 1
- Omdat het kunstwerk zich tussen de camera en de deur bevindt, is het kunstwerk lager dan de deur 1

of

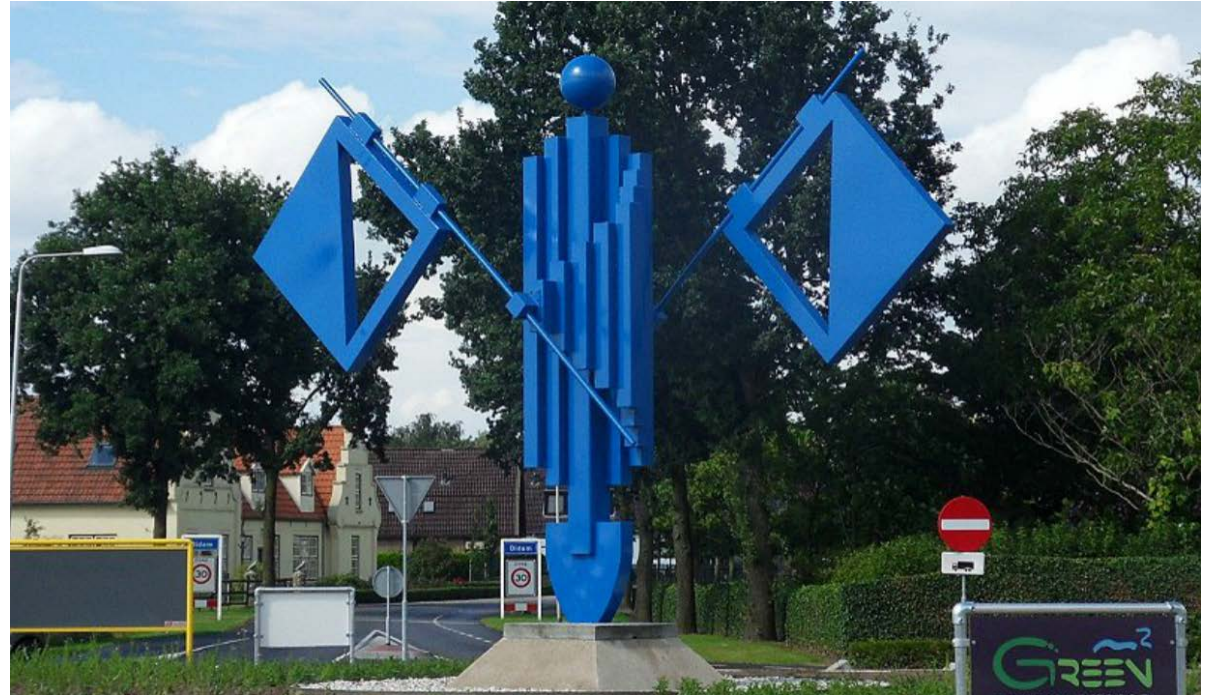
- Een schets van een zijaanzicht met daarin ten minste aangegeven de positie van de camera, de bovenkant van het kunstwerk en de bovenkant van de deur 2
- Met behulp van een kijklijn in de schets aangeven dat de hoogte van het kunstwerk lager is dan de hoogte van de deur 1

- Dus NIET (zoals we vaak gewend zijn) is de vraag: Teken het zijaanzicht en leg uit ... (of zoiets)
- De leerling moet ZELF bedenken hóe ze het gaan uitleggen en dat een aanzicht hier kan helpen.
- Je moet begrijpen wat je aan het doen bent en wat je ermee kunt.

Mijn groepje
(4 lln):
p = 67%



Vergroten / verkleinen



- Twee foto's van kunstwerken van Ineke van Geemen-Reuling (in Didam)
- Van ontwerp/maquette naar realisatie



Vergroten / verkleinen: vergrotingsfactor

53

Lees onderstaand verhaal over de filosoof en de slager.

"Stel je voor", sprak de filosoof, "dat morgen iedereen tien maal zo lang is, maar ook tien maal zo breed en dik, en bovendien alle afstanden tienmaal zo groot zouden worden, wie zou het merken?"

De slager was eerst erg onder de indruk van de woorden van de filosoof en dacht ook dat niemand het zou merken. Maar toen hij in zijn winkel weer eens keek naar de zware worsten en hammen die aan touwtjes aan het plafond hingen, kreeg hij een ingeving.

De volgende dag maakt hij 'gehakt' van het verhaal van de filosoof.

Denk aan een zware ham die hangt aan een dun touwtje. Stel je voor dat alle afmetingen tien maal zo groot worden.

- a Wat gebeurt er met de dikte (diameter) van het touwtje?
- b Wat gebeurt er met de dwarsdoorsnede van het touwtje?
- c Hoeveel keer zo sterk wordt (dus) het touwtje?
- d Wat gebeurt er met het volume van de ham? Hoeveel maal zo zwaar wordt (dus) de ham?
- e Wat is je conclusie?



Vergroten / verkleinen: vergrotingsfactor

54

We nemen in deze opgave een muis van 40 gram en een olifant van 5000 kg. We gaan de muis 'opblazen'.

- a Met welke factor moet de muis vergroot worden om net zo zwaar te zijn als de olifant?

Wanneer je een bot f maal zo dik maakt, wordt de oppervlakte f^2 keer zo groot. Dus het bot wordt f^2 keer zo sterk.

- b Leg uit dat de reuzenmuis vermoedelijk door zijn poten zakt.

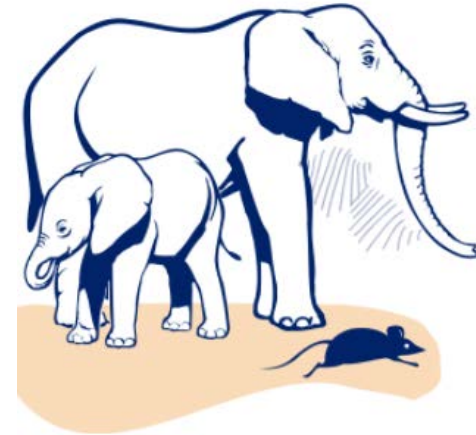
Een oplossing is dat de reuzenmuis in verhouding dikkere poten krijgt.

- c Hoeveel keer zo dik moeten de poten dan worden?

Grotere dieren hebben dus in verhouding dikkere poten. Omgekeerd werkt deze redenering natuurlijk ook: als je een dier verkleint, dan zullen de poten relatief te dik zijn.

Je kent vast wel het boek en het verhaal "Gulliver's travels" van auteur Jonathan Swift. Daarin zien de Lilliputters er net zo uit als gewone mensen, alleen veel kleiner.

- d Zullen deze Lilliputters zich goed kunnen bewegen?



Vergroten / verkleinen: vergrotingsfactor

Nog bijna niet in pilot-examens voorgekomen!

Hogeschool voor de Kunsten (2014 CE1)

Bij de Hogeschool voor de Kunsten in Utrecht stond een kunstwerk in de vorm van een kubus waarvan één hoekpunt is afgezaagd. Er zijn enkele foto's gemaakt met de camera op verschillende hoogte.

foto 1



foto 2



Voordat het kunstwerk werd gemaakt, is eerst een schaalmodel gemaakt. De ribben van het schaalmodel zijn tien keer zo klein als die van het kunstwerk.

2p

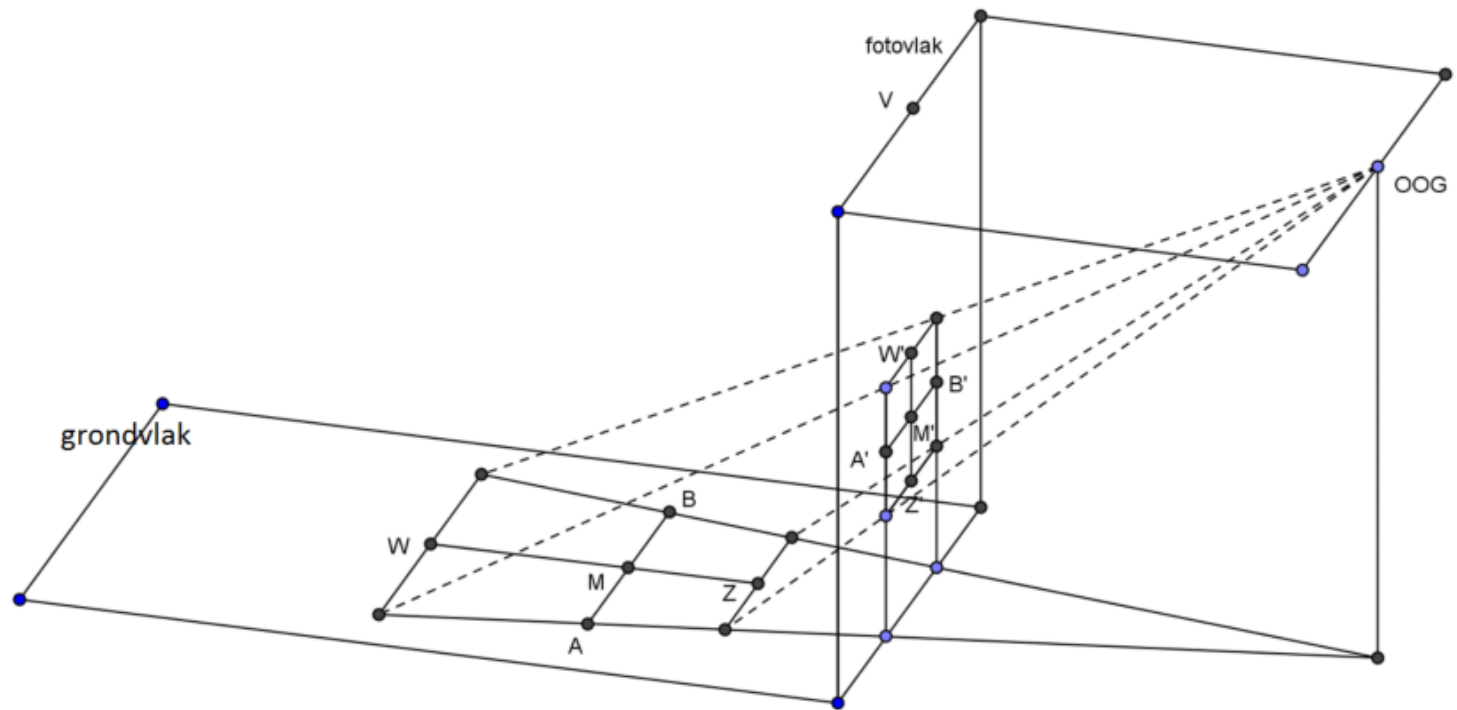
5

Bereken de verhouding tussen de inhoud van het schaalmodel en de inhoud van het kunstwerk.

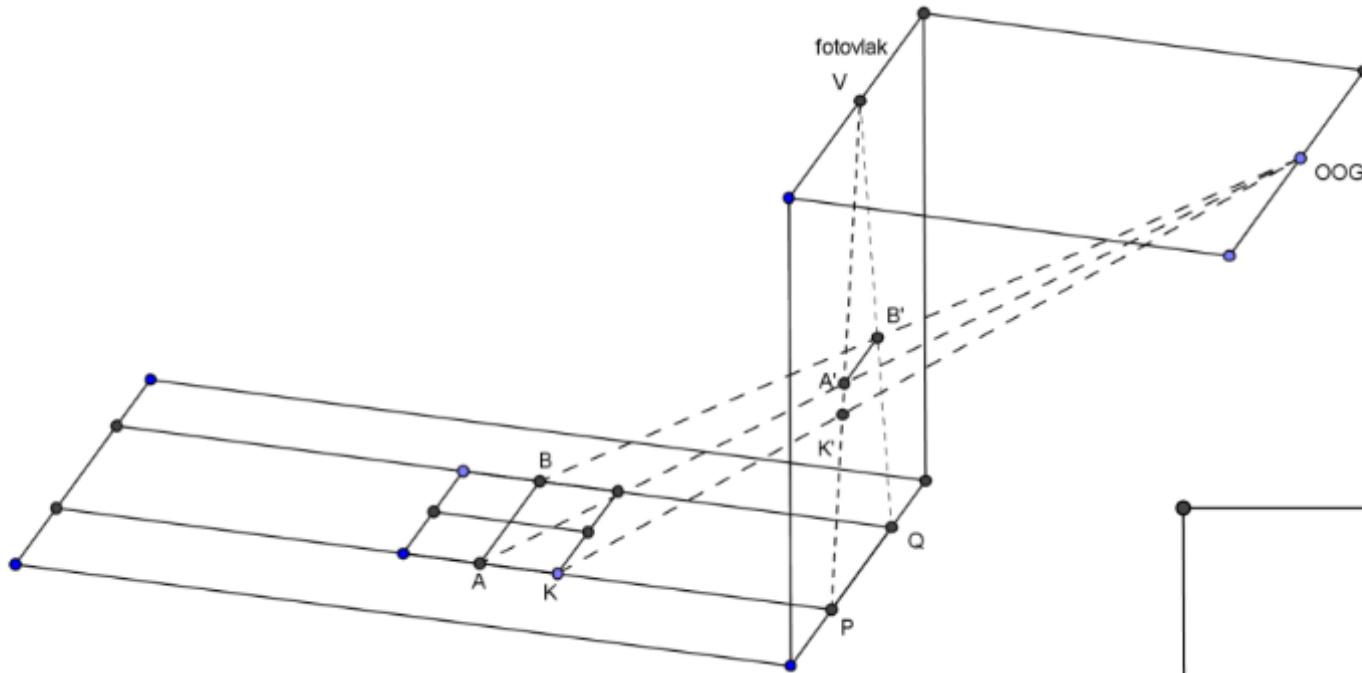


Tekenen in perspectief

- 1-punts en 2-punts perspectief
- Evenwijdige lijnen hebben hetzelfde vluchtpunt op de horizon
- Hoogte van oogpunt en/of objecten bepalen
- Halveren van zijden
- Begrip: tekendoos-methode (zie syllabus blz. 34-35, opg. *Jan Dibbets*)

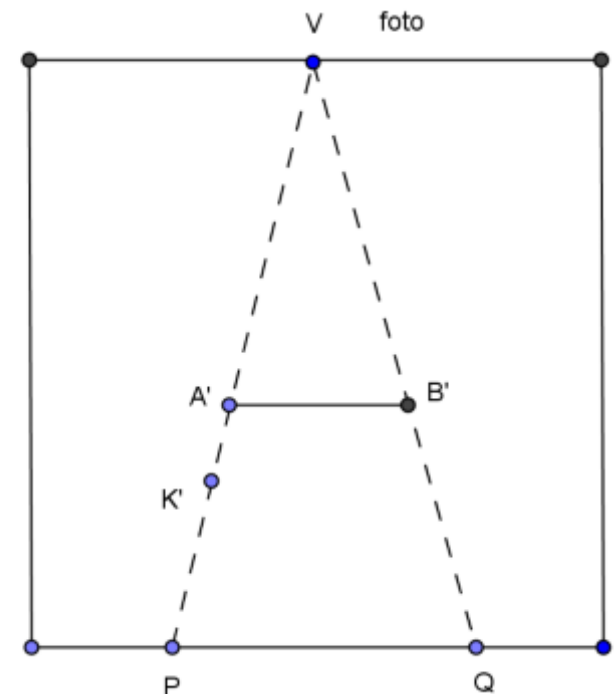


Tekenen in perspectief



d. Maak de perspectieftekening van het vierkant af.

Deze aanpak zit/zat ook in een module '*perspectief*' voor vwo4 wisD en die vonden dit vaak (ook) erg moeilijk...



CE2 vwo 6 wisC Pilot 2017: Tentoonstellingspaviljoen

Op de uitwerkbijlage staat nog een foto van het tentoonstellingspaviljoen.

- 4p 21 Onderzoek met behulp van de foto op de uitwerkbijlage, zonder een horizon te tekenen, op welke hoogte die foto genomen is. Rond je antwoord af op hele dm.

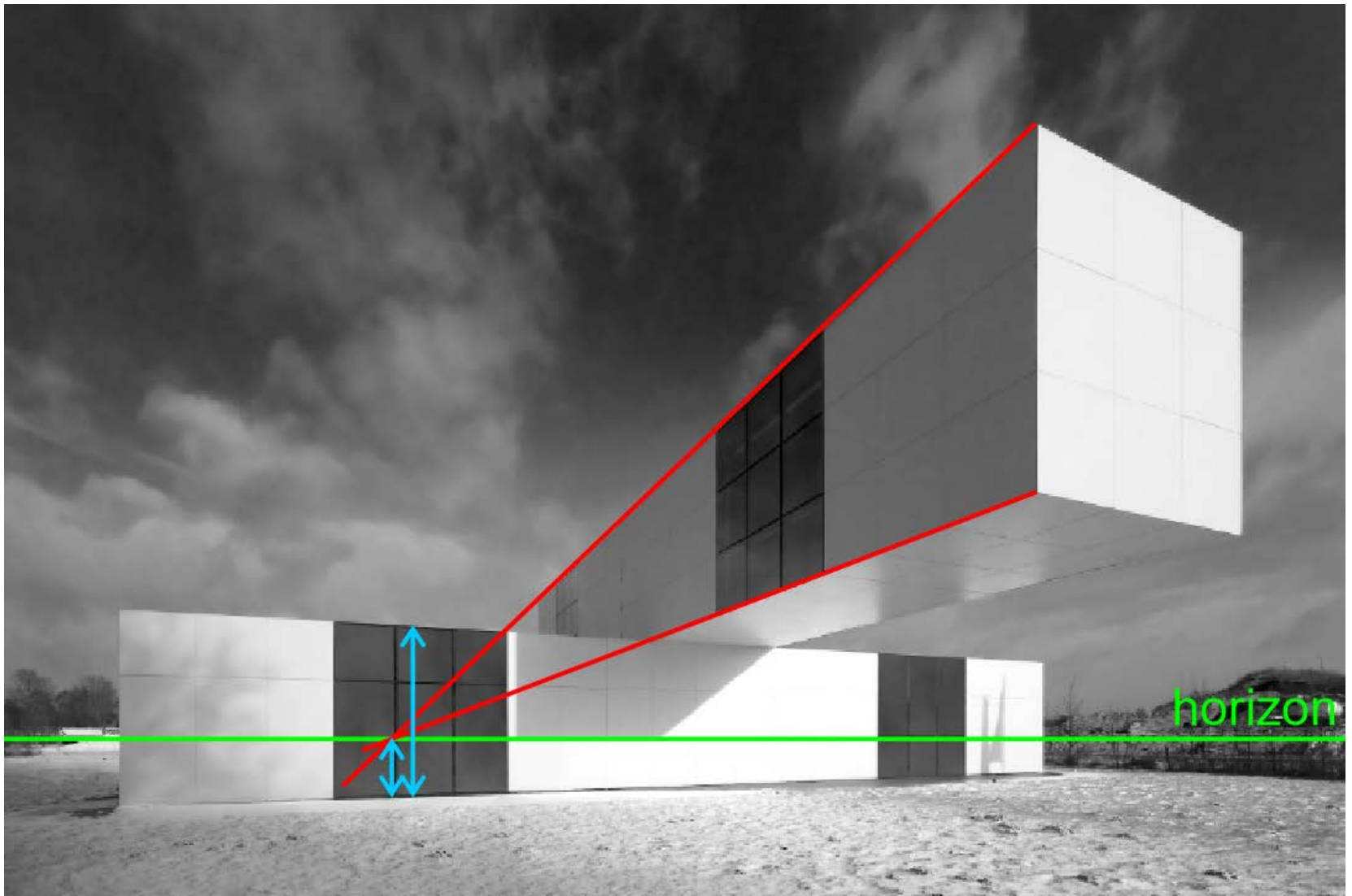
De vierkanten in de gevel hebben afmetingen van 5 x 5 SB-voet

Eén SB-voet is 26 cm



- HOE pakt een leerling dit aan?
- Geoefend hebben ze alles mét een horizon ☹️
- Probeert u zelf even (het gaat met name om de **AANPAK**)





21 maximumscore 4

Een aanpak als:

- Het tekenen van een verdwijnpunt, bijvoorbeeld met behulp van de bovenste balk 1
- Dit ligt op 9 mm vanaf de grond 1
- De hoogte van de onderste balk bij het verdwijnpunt is op de foto (ongeveer) 25 mm 1
- De hoogte waarop de foto is genomen is $\frac{9}{25} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 0,26 = 1,4$ m, dus 14 dm 1

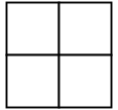
Opmerkingen

- *Het gemeten verdwijnpunt kan, als gevolg van teken- dan wel afleesafwijkingen, redelijk variëren. Bij correctie dient daarmee rekening gehouden te worden.*
- *Als een kandidaat bij het beantwoorden van deze vraag van een getekende horizon gebruik heeft gemaakt, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.*

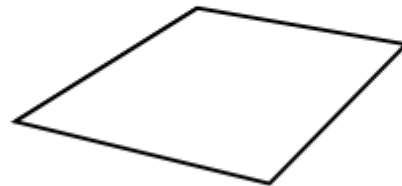


Tekenen in perspectief: halveren en verdubbelen

Verdeel het vierkant hieronder in vier gelijke delen, zoals hiernaast.

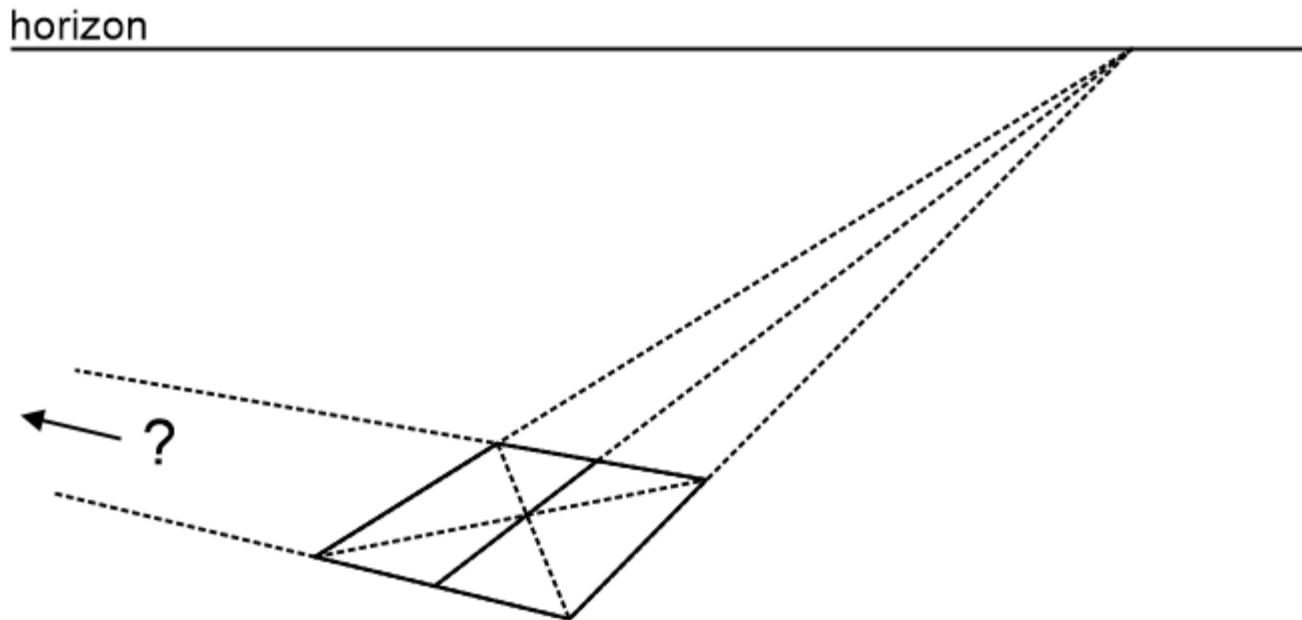
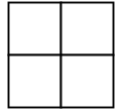


horizon

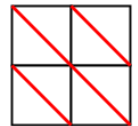


Tekenen in perspectief: halveren en verdubbelen

Eerste deel lukt nog wel: via vluchtpunt en diagonalen... maar het vluchtpunt van de andere lijnen liggen (ver) buiten het papier...

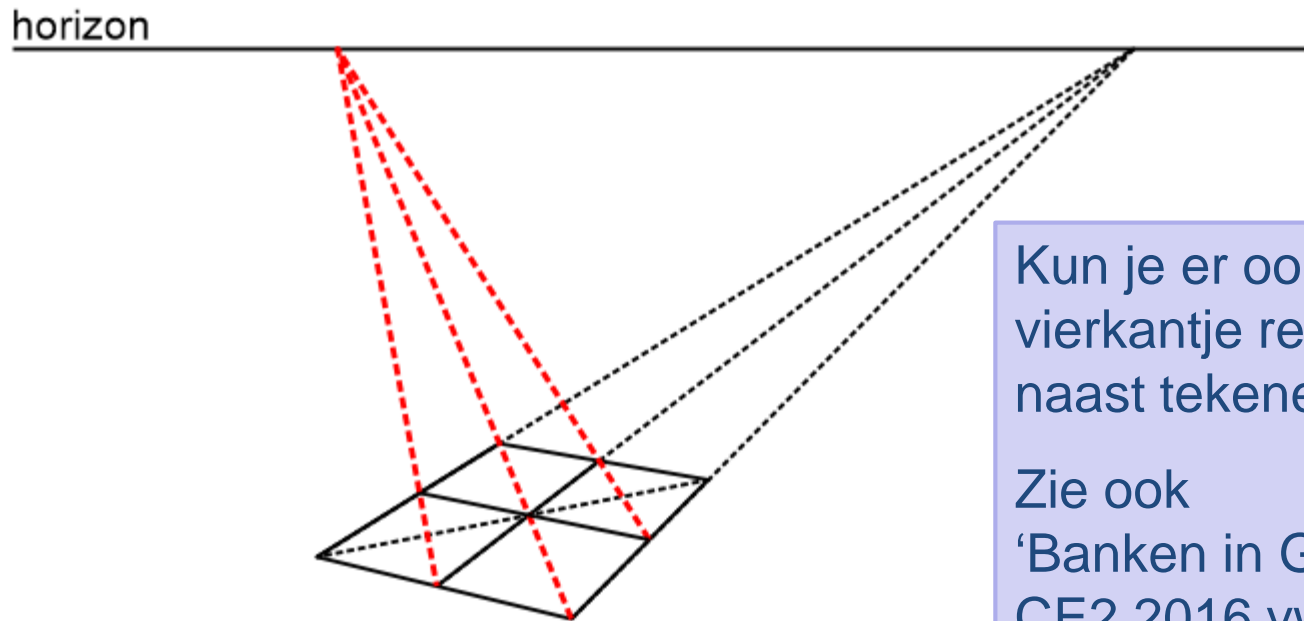
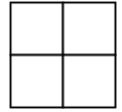


Gebruikt (eigen) vluchtpunt van de diagonalen!



Tekenen in perspectief: halveren en verdubbelen

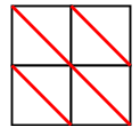
Eerste deel lukt nog wel: via vluchtpunt en diagonalen... maar het vluchtpunt van de andere lijnen liggen (ver) buiten het papier...



Kun je er ook een vierkantje rechts naast tekenen?

Zie ook
'Banken in Groningen'
CE2 2016 vwo wisC

Gebruikt (eigen) vluchtpunt van de diagonalen!

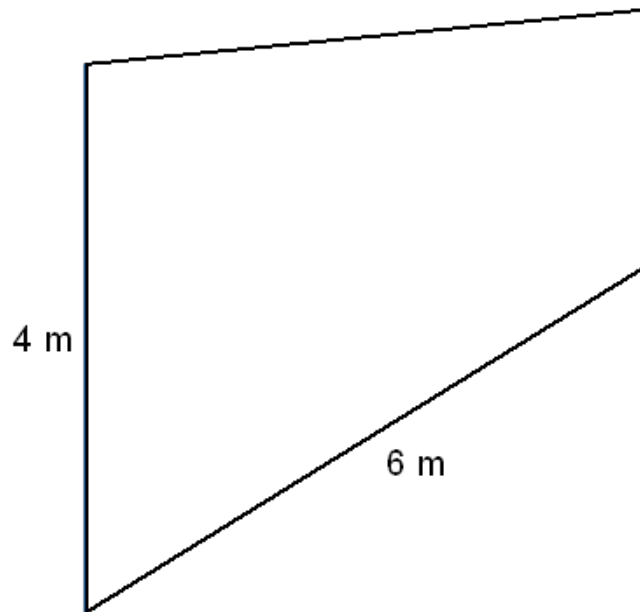


Andere opdelingen dan halveren en verdubbelen in perspectief?

Museumwand

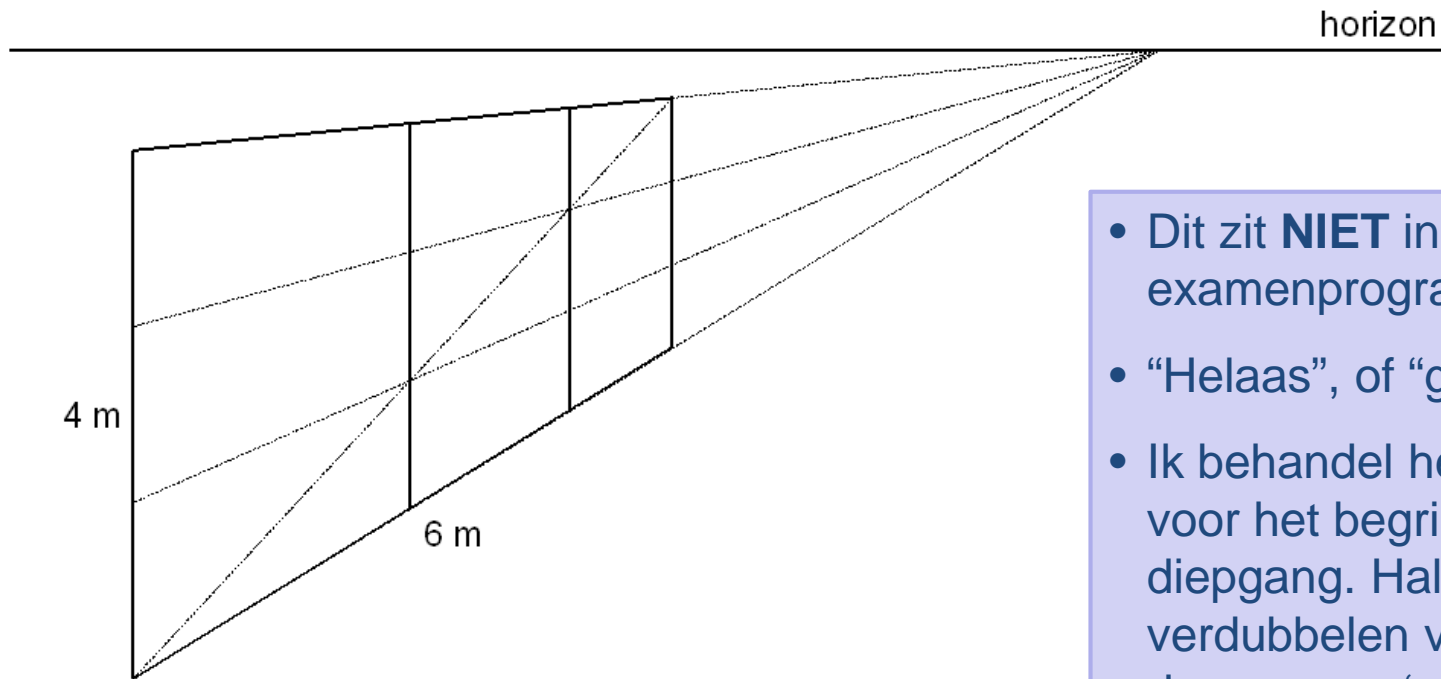
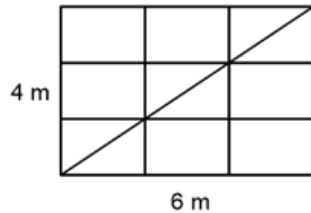
Hieronder is in perspectief een wand in een museum getekend. De afmetingen zijn 6 bij 4 meter.

- De 'foto' is van hoogte groter dan 4 meter genomen. Vanaf welke hoogte? Geef je antwoord in cm nauwkeurig.
- Verdeel deze wand in drie even brede verticale stroken van 3 meter.



Andere opdelingen dan halveren en verdubbelen in perspectief?

Plan:



- Dit zit **NIET** in het examenprogramma...
- “Helaas”, of “gelukkig” ?
- Ik behandel het wél: voor het begrip en de diepgang. Halveren en verdubbelen vinden ze daarna een ‘makkie’.



Kijkend naar de pilot-examens:

- Gulden Snede als speciale verhouding (óók rekenen met φ , dus met de eigenschap $\varphi^2 = \varphi + 1$, zie voorbeeldopgave syllabus) is nog niet in een pilot-examen geweest...
- Oppervlakte van cirkels zijn nog niet geweest.
- Alleen inhouden in examens van balken en prisma's en/of samenstellingen hiervan. Slim opdelen.
- Inhouden van cilinders, piramides, kegels: nog niet voorgekomen in pilot-examens (afgeknotte piramide in 'La Grande Arche', CE2 2012, maar die kon ook anders)
- Regelmatige veelhoeken tot nu toe alleen achthoeken en vierkanten
- Symmetrie: wat moeten ze ervan weten?? Zat één keer in de examenopgave *Panelen van Panhuysen*, CE1 2016-pilot.



Tenslotte:

- Perspectief: sommigen vinden het relatief eenvoudig, anderen vinden het juist érg moeilijk.
- Gelijkvormigheid ontdekken en gebruiken gaat bij mijn leerlingen telkens mis.
- Ze vinden de opgaven vaak erg moeilijk! Of juist erg eenvoudig.
Examenopgaven variëren van erg eenvoudig tot erg pittig.
- Dus: relatief vaak ‘alles of niets’.
- En wat hebben ze eraan bij vervolgopleidingen?



Dank voor jullie aandacht!

Zijn er nog vragen of opmerkingen?

of een andere keer per mail:

h.reuling@wageningse-methode.nl

h.reuling@gmail.com

<http://henkreuling.nl>

